

©Є. Я. Костенко, О. Ю. Рівіс, П. П. Брехлічук, М. Ю. Гончарук-Хомин, О. Л. Белей

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»

## **Математичне обґрунтування позиції брекетів у ділянці міні-імплантату з метою ортодонтичного корпусного переміщення зубів**

**Резюме.** У статті на основі математичної моделі обґрунтовано та фізично аргументовано оптимальну позицію фіксації брекетів на тілі міні-імплантату в процесі корпусного переміщення зубів при збереженні варіаційних принципів біомеханічних процесів ортодонтичного лікування. У ході аналізу математичної моделі було доведено, що реалізація мінімального переміщення нахилу і максимально корпусного руху осі  $O_1$ , яка наближалась у бік імплантату, забезпечується величиною фіксації брекета якомога вище від ясен, наскільки цього дозволяє досягти сам імплантат. Пошук та аргументація подібних залежностей з використанням міні-імплантатів дозволить проводити об'єктивну оцінку прогнозу лікування з контрольованим переміщенням зубів та зниженням ризику в процесі ортодонтичного втручання.

**Ключові слова:** міні-імплантат, корпусне переміщення, математична модель.

Є. Я. Костенко, О. Ю. Ривіс, П. П. Брехличук, М. Ю. Гончарук-Хомин, О. Л. Белей

ГВУЗ «Ужгородский национальный университет»

## **Математическое обоснование позиции брекетов в области мини-имплантата с целью ортодонтического корпусного перемещения зубов**

**Резюме.** В статье на основе математической модели обоснованно и физически аргументировано оптимальную позицию фиксации брекетов на теле мини-имплантата в процессе корпусного перемещения зубов при сохранении вариационных принципов биомеханических процессов ортодонтического лечения. В ходе анализа математической модели было доказано, что реализация минимального перемещения наклона и максимально корпусного движения оси  $O_1$ , которая приближалась в сторону имплантата, обеспечивается величиной фиксации брекета как можно выше уровня десен, насколько этого позволяет достичь сам имплантат. Поиск и аргументация подобных зависимостей с использованием мини-имплантатов позволит проводить объективную оценку прогноза лечения с контролируемым перемещением зубов и снижением рисков в процессе ортодонтического вмешательства.

**Ключевые слова:** мини-имплантат, корпусное перемещение, математическая модель.

Ye. Ya. Kostenko, O. Yu. Rivis, P. P. Brehlichuk, M. Yu. Honcharuk-Khomyn, O. L. Beley

SHEI «Uzhhorod National University»

## Mathematical argumentation of bracket position at the region of miniimplant to provide corpus orthodontic tooth movement

**Summary.** The article is based on a analysis of mathematical model and physical argumentation of position for fixing brackets on miniimplant body for corpus moving while maintaining variational principles of biomechanical processes of orthodontic treatment. Due to the analysis of mathematical models, it was proved that the implementation of minimum displacement and maximum tilt movement of axis O1 approached to the side of the implant is ensured by highest bracket fixation as high as possible, as it can be achieved due to the implant itself. Search and reasoning of such dependencies of the mini implants use allow objective assessment of prognosis of treatment with controlled movement of teeth and reduce risks during the orthodontic intervention.

**Key words:** miniimplant, corpus moving, mathematical model.

**Вступ.** Поширення ортодонтичних патологій зубоцеліпного апарату та потреба оптимізації процесу ортодонтичного лікування з врахуванням усіх фізичних основ дії функціональнодіючих апаратів зумовлює необхідність пошуку нових шляхів удосконалення існуючих підходів та алгоритмів до виправлення стійких дефектів та деформацій стоматологічного статусу [8, 9]. Роль сили як рушійного чинника, який визначає не тільки напрямок, а й характер переміщення, з врахуванням скалярних та векторних величин можна спрогнозувати термін та ефективність лікування, аргументовано залишається домінуючим об'єктом дослідження з точки зору механіки біологічних систем. Виникнення рівнозначної протидії – реактивної сили, що в сукупності з активною силою ортодонтичного апарату ініціюватиме напрямок переміщення зуба як єдиної анатомічно-структурної системи, чи його нахил відносно осі та оточуючої пружної структури кісткової тканини, в якій, як наслідок, відбуватимуться процеси ремоделювання, формуватиме загальний сумарний ефект зміни його положення у взаємоперпендикулярних площинах X, Y, Z [1, 3]. Наявність у кожного зуба, як конструктивної біомеханічної одиниці, центру стійкості, можливість прорахунку його координатного розміщення при поєднаній дії деформуючої чи зміщуючої сили (або ж суми сил) на групу зубів чи

увесь зубний ряд шляхом позиціонування фізичних принципів поведінки твердого тіла в пружному середовищі дозволяє математично розкласти будь-яке складне переміщення на сукупність векторних направляючих поступального та обертового характерів залежно від співпадання чи неспівпадання ліній дії активної та реактивної сил [1, 2]. Схематично зваження простого переміщення зуба можливо передбачити залежно від взаємовідношення рівня та напрямку прикладання активної сили та центру руху. Так, якщо сила направлена перпендикулярно осі, а її вектор проходить нижче центру руху – передбачається дистальне переміщення зуба з дистальним нахилом, а якщо сила направлена дистально і уверх, а вектор її дії проходить вище фіксованої точки руху – слід очікувати мезіального нахилу коронки та зубоальвеолярного укорочення. Відтак можна корегувати нахил зуба поступово, паралельно проводячи зубоальвеолярне видовження чи укорочення. Якщо досягти оптимального співвідношення силових та пружних умов та виключити обертовий момент шляхом максимального зміщення центру оберту зуба за його межі з допомогою однієї із сил – можливо досягти поступового корпусного переміщення із дозованим та відкоректованим нахилом для заміщення дефектів зубного ряду та відновлення його функціональної цілості у

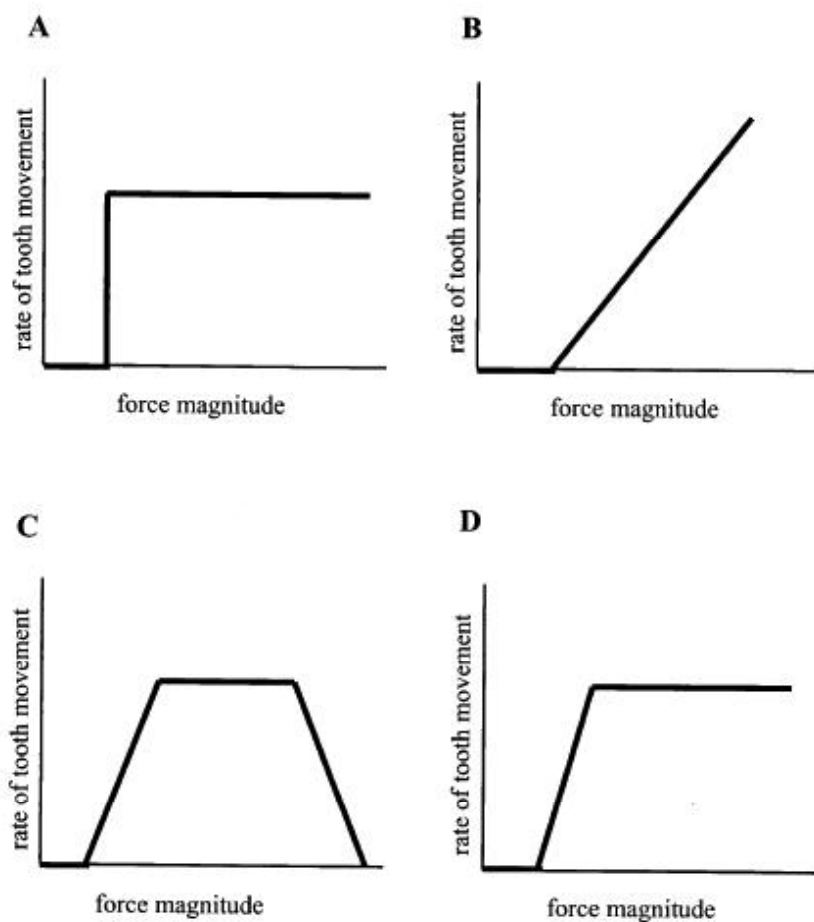
системі складових зубощелепного апарату [4]. Саме розуміння системності клітинних змін, деформації тканин оточуючої альвеолярної кістки, періодонтальної зв'язки та кореня, змушують враховувати імпакт-значення механічної складової через низку математичних моделей [3, 4]. 4 альтернативні моделі Quinn and Yoshikawa (2004) розглядають окремі випадки виникнення руху зубів під дією оптимальної сили та можливості динаміки змін цього руху залежно від абсолютних змін вище чи нижче адаптованої межі з певним значенням ініціації (рис. 1).

Однак крім сили, як формуючого переміщення чинника, не меншу вагу мають точка її прикладення, напрямок дії та формування центру руху зуба (як і центру опору) (рис. 2).

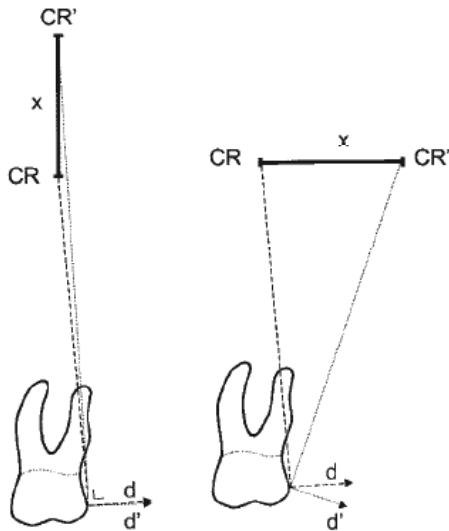
Корекції даних показників можна досягнути за допомогою міні-імплантатів як додаткових анкоражних структур. Міні-імплантати підвищують значення стій-

кості опор, пришвидшують процес лікування, полегшують гігієнічний догляд на етапі активного ортодонтичного лікування, в окремих випадках виключають необхідність використання додаткових апаратів [3, 5, 9]. При цьому вони є не настільки чутливими до кількісних та кваліфікаційних характеристик кісткової тканини, які забезпечують їхню стійкість, а тому можуть використовуватися більш широко порівняно зі звичайними стандартними імплантатами [6–8]. Крім того, в літературі доведено, що використання міні-імплантатів знижує ризик виникнення ендодонтичних ускладнень, пришвидшує процес закриття беззубих ділянок та дистракції піднебінного шва, а зрідка їх можуть використовувати і в протетичних цілях для тимчасового протезування.

Проте, якщо питання залежності висоти розміщення міні-імплантату та наслідку формуючих сил, залежно від зміни їх напрямку, порівняно з лінійною молярною



**Рис. 1.** 4 альтернативні моделі дії сили за Quinn and Yoshikawa (2004).



**Рис. 2.** Зміна переміщення залежно від зміни центру руху або центру опору.

петлею, вже достатньо вивчено для формулювання аргументованих висновків, залишається ряд суміжних науково-практичних завдань, які потребують детального опрацювання. Серед таких питань довжини та діаметра міні-імплантатів з метою підвищення їх поліфункціональності, форми, попереднього планування їх розміщення, перспектив використання з метою дослідження інтерфейсу імплантат-кістка під впливом специфічних векторних навантажень [1, 4, 7, 8].

Але осередково стоїть питання прогнозування корпусного переміщення чи нахилу зуба з врахуванням залежностей координатної фіксації брекетів та направляючого вектора тяги у напрямку міні-конструкції в умовах пружного середовища кісткової тканини та різниці горизонтальних і вертикальних біомеханічних складових.

**Мета дослідження** полягала у тому, щоб математично обґрунтувати та фізично аргументувати оптимальну позицію фіксації брекетів на тілі міні-імплантату в процесі корпусного переміщення зубів при збереженні варіаційних принципів біомеханічних процесів ортодонтичного лікування.

**Матеріали і методи.** Для подальшого аналізу питання позиції брекетів на тілі імплантату в процесі корпусного переміщення зубів було розроблено математич-

ну модель із збереженням варіаційних принципів процесів ортодонтичного лікування. Математичне моделювання дозволяє проводити вивчення об'єкта будь-якої природи (моделі), що здатний замінити собою досліджуваний об'єкт (оригінал) і вивчення якого дає змогу отримати нову інформацію про досліджуваний об'єкт. До умов однозначності в процесі математичного моделювання ортодонтичних скалярних та векторних величини були збережені такі критерії:

- геометричні властивості системи, у якій відбувається процес (кісткової тканини та зубів);
- фізичні параметри середовища й тіл, які утворюють систему (зуб, імплантат, брекет-з'єднання);
- початковий стан системи (початкові умови до початку переміщення);
- умови на межах системи (межові або крайові);
- взаємодія об'єкта й зовнішнього середовища (оточуючої кістки з формуванням сил пружності).

Побудова моделі також відбувалась з використанням так званих варіаційних принципів ортодонтичного лікування. Варіаційні принципи є досить загальними твердженнями про об'єкт, що розглядається (система, явище), вони стверджують, що з усіх можливих варіантів поведінки об'єкта (руху зуба) вибираються лише ті, що задовольняють певну умову – в нашому випадку процес корпусного переміщення зубів під дією сили тяги. Зазвичай, згідно з цією умовою, деяка величина, яка пов'язана з об'єктом, досягає свого екстремального значення при переході об'єкта з одного стану в інший.

Для точності моделювання попередньо проводився ретроспективний огляд літератури з використанням дескриптивного пошуку ключових слів у базах даних PubMed та Google Scholar та клінічне експериментальне спостереження за результатами фактичного лікування з дотриманням варіаційних принципів описаних вище.

Статистичну обробку отриманих даних проводили із використанням «Excel» (MS Office 2003, XP) та програми «STATISTICA

6,0» (StatSoft Inc., США). На основі категоризації результатів проводили формулювання відповідних висновків та положень – як підсумкових даних експериментального математичного моделювання.

**Результати досліджень та їх обговорення.** Змодельована нами система функціональних складових являє собою біомеханічну модель зуб-імплантат-з'єднання брекет-системою (рис. 3).

Враховуючи, що в ситуаціях, коли з'єднання брекетом стосуватиметься двох зубів на один міні-імплантат, аспект моделювання буде симетричним, тому достатньо розглянути часткову модель взаємодії зуб-імплантат-з'єднання брекетом у системі координат OYZ (рис. 4).

Горизонтальне переміщення, як функція від направляючої координати у, повинно знаходитись у деякій залежності висоти фіксації брекета – відповідно актуально

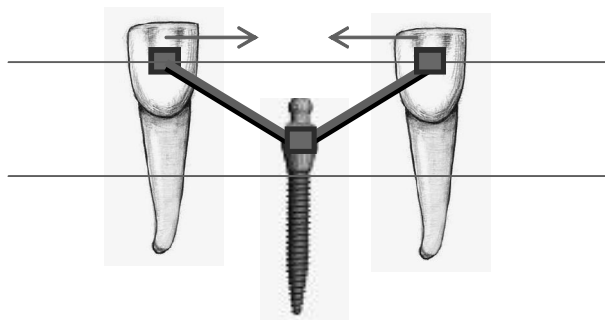


Рис. 3. Біомеханічна модель зуб-імплантат-з'єднання брекет-системою.

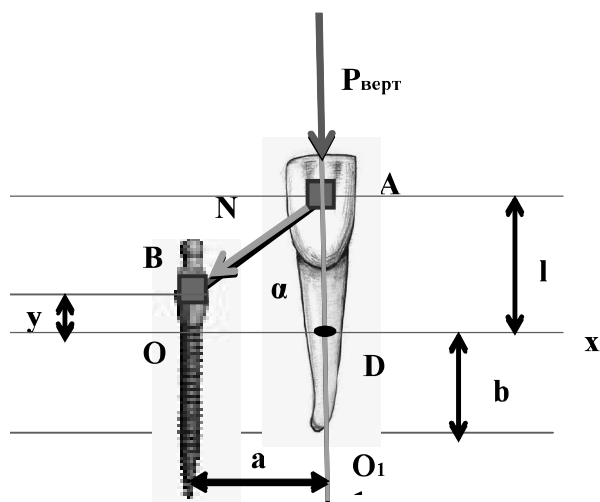


Рис. 4. Часткова модель взаємодії зуб-імплантат-з'єднання брекетом у системі координат OYZ.

знайти мінімальне значення, при якому б відбувалась корпусна зміна позиції зуба (переміщення) з наближенням кореня до імплантату. Нехай на частину брекета АВ діє сила натягу N. Враховуючи її природу, можна стверджувати, що на корінь зуба

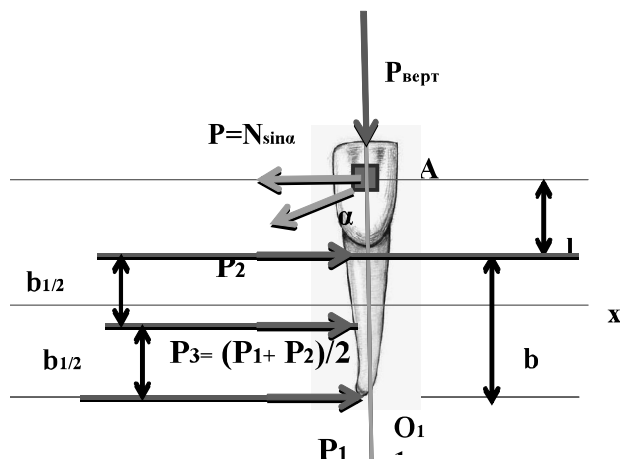


Рис. 5. Графічне зображення розподілу сил.

$O_1D$  діє певна сила пружності (рис. 5).

На рисунку розрахункової моделі зуба розглянемо діючі сили –  $P$  вертикальна, сила натягу брекета –  $N$ , а також сила пружності  $P_1$  – біля вершини кореня,  $P_2$  – біля верхньої межі кістки,  $P_3$  – посередині кореня. Перераховані сили розподілені по лінійному закону. При проєкції сили  $N$  на вісь  $OX$  отримуємо горизонтальну складову  $P=N\sin\alpha$ . Сформулювавши рівняння рівноваги, при якому сума проєкцій усіх сил на вісь  $OX$  повинна дорівнювати 0, отже

$$\sum_{i=1}^N Xi = 0$$

З цього рівняння отримуємо:

$$-P+P_1+P_2+(P_1+P_2)/2=0, \text{ або } P_1+P_2=2/3P.$$

Якщо записати таке ж рівняння рівноваги для вертикальної осі  $O_1$ , отримаємо

$$\sum_{i=1}^N M(O_1)i = 0, \text{ або}$$

$-P(1+b)+P_2b+(P_1+P_2)/2*(b/2)=0$ , що рівнозначно

$$P_1+5(P_2=(4*(1+b)/b)*P.$$

Якщо розв'язати дану систему рівнянь із спільними невідомими, отримаємо:

$$P_1 = -6l + b) / 6b) * P$$

$$P_2 = (61 + 5b) / 6b) * P, \text{ а } P_3 = 1/3P.$$

Знаючи це, розглянемо план переміщення (рис. 6).

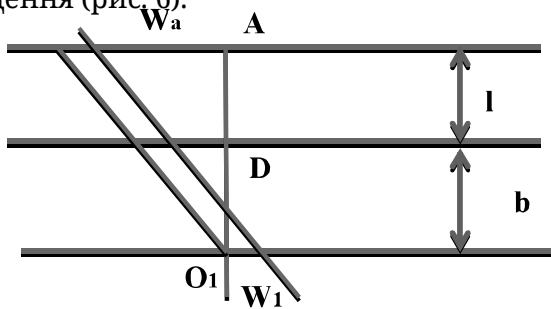


Рис. 6. План переміщення.

Оскільки переміщення точок А і D змінюються за лінійним законом, то з подібних трикутників можна отримати:

$$(W_a - W_1) / (W_2 - W_1) = (1 + b) / b.$$

З цього рівняння випливає, що

$$W_a = (-W_1 + W_2 * (1 + b)) / b.$$

Якщо модель намагатися наблизити до реальних умов і додати коефіцієнт пружності кістки  $k$ , отримаємо:

$$W_1 = P_1 / K = -(61 + b) / 6kb) * P$$

$$W_2 = P_2 / K = (61 + 5b) / 6kb) * P.$$

Тоді горизонтальне переміщення можна записати:

$$W_a = ((121^2 + 121b + 5b^2) / 6kb) * P.$$

Значення кута визначаємо за формулою:

$$\sin \alpha = a / (\sqrt{(e - y)^2 + a^2}),$$

а відтак

$$W_a = (((121^2 + 121b + 5b^2) * a) / 6kb) * (N / \sqrt{(e - y)^2 + a^2}).$$

Із даного виразу очевидно, що переміщення  $W_a$  буде мінімальним, коли  $\sqrt{(e - y)^2 + a^2}$  буде максимальним, тому знайдемо екстремум функції  $f = \sqrt{(e - y)^2 + a^2}$

$$df/dy = 0,$$

$$-1 * 2(1 - y) / 2(\sqrt{(e - y)^2 + a^2}) = 1 - y) / \sqrt{(e - y)^2 + a^2} = 0$$

$$(1 - y) / \sqrt{(e - y)^2 + a^2} = 0, \text{ коли } 1 = y.$$

Тому можна стверджувати, що висота фіксації брекета якомога вище від рівня ясен (кістки) дозволить досягти максимально прогнозованого корпусного переміщення зуба. Отримані дані суміжні з даними George та Rao (2014) [4], які довели, що використання міні-імплантатів для горизонтального переміщення зуба не зумовлює виникнення реципрокного моменту сили, характерного для реалізації слайдинг-механізмів із фіксацією молярної дуги.

Крім того, Chetan та Kelushkar (2012) [3] довели, що зростання апікального кута дії (в прямокутному трикутнику) хоча б на два градуси зі збереженням відстані між міні-імплантатом та ретракційною дугою в 25 мм зумовлює збільшення ретракційного компонента сили приблизно на 1 % і збільшення інтрузійного компонента на 0,3 %.

Пошук та аргументація подібних залежностей з використанням міні-імплантатів дозволить проводити об'єктивну оцінку прогнозу лікування з контрольованим переміщенням зубів та зниженням ризиків у процесі ортодонтичного лікування.

**Висновки.** У ході аналізу математичної моделі було доведено, що реалізація мінімального переміщення нахилу і максимально корпусного руху осі  $O_1$  в сторону імплантату забезпечується величиною фіксації брекета якомога вище від ясен, наскільки цього дозволяє досягти сам імплантат.

**Перспектива подальших досліджень** зумовлена потребою подальшої аргументації математично доведеної залежності за допомогою методу аналізу кінцевих елементів із графічним відтворенням та реєстрацією

векторів та значень імітованих сил.

#### Список літератури

1. Baumgaertel S. Cortical bone thickness and bone depth of the posterior palatal alveolar process for mini-implant insertion in adults / S. Baumgaertel // American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics. – 2011. – Vol. 140. – №. 6. – P. 806–811.
2. Chatzigianni A. Experimental and numerical analysis of the biomechanical characteristics of orthodontic mini-implants / A. Chatzigianni // Bonn: University of Bonn. – 2010.
3. En-masse Retraction of the Maxillary Anterior Teeth

by Applying Force from Four Different Levels—A Finite Element Study / S. Chetan, K. M. Kelushkar, V. N. Vasisht, S. Revankar // Journal of clinical and diagnostic research: JCDR. – 2014. – Vol. 8. – №. 9. – P. ZC26.

4. George A. M. Biomechanical Variations of Mini-implant Placement: A Clinical Insight / A. M. George // Journal of Indian Orthodontic Society. – 2012. – Vol. 46. – №. 2.

5. Ghislanzoni L. T. H. Upper molar distalization on palatal miniscrews: an easy to manage palatal appliance / L. T. H. Ghislanzoni, C. Piepoli // Progress

in orthodontics. – 2012. – Vol. 13. – №. 1. – P. 78–83.

6. Rastogi N. The role of implants in orthodontics / N. Rastogi, D. Kumar, A. Bansal // Journal of Dental Implants. – 2011. – Vol. 1. – №. 2. – P. 86.

7. Reynders R., Mini-implants in orthodontics: a systematic review of the literature / R. Reynders, L. Ronchi, S. Bipat // American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics. – 2009. – Vol. 135. – №. 5. – P. 564.

8. Потапчук А. М. Застосування скелетної опори на міні-імпланти при лікуванні зубощелепних аномалій (огляд літератури) / А. М. Потапчук, О. Ю. Рівіс // Вісник стоматології. – 2013. – № 3. – С. 100–102.

9. Аналіз біомеханічних характеристик ортодонтичних міні-імплантів при різних силових навантаженнях / А. М. Потапчук, О. Ю. Рівіс, М. Г. Крищук, О. М. Міщенко // Новини стоматології. – 2014. – № 1. – С. 58–64.

Отримано 17.06.15